

# Prüfung zur Lehrveranstaltung

## Datenstrukturen und Algorithmen

### Stoffsemester WS 2002/2003

Es sind keinerlei Unterlagen oder Hilfsmittel erlaubt. Es dürfen nur einzelne, lose Blätter verwendet werden! Auf jedem Blatt muß der Name und die Matrikelnummer angegeben werden! Reine Arbeitszeit sind 90 Minuten.

(1) (5 Punkte). Lösen Sie die folgenden Rekursionen auf:

(a)  $T(n) = O(1) + 2 \cdot T(\frac{n}{2})$

(b)  $T(n) = O(n) + T(\frac{n}{2})$

(c)  $T(n) = O(n \log n) + 2 \cdot T(\frac{n}{2})$

(d)  $T(n) = O(n^2) + 2 \cdot T(\frac{n}{2})$

(e)  $T(n) = O(\sqrt{n}) + T(\sqrt{n})$

(2) (5 Punkte). Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Sätze. Verwenden Sie dabei keine Beispiele, sondern eine folgerichtige Argumentation!

(a) Ein Algorithmus, der einen Input der Größe  $n$  in  $O(n \log n)$  Zeit bearbeitet, benötigt  $O(n \log n)$  Speicher.

(b) Ein Algorithmus, der für einen Input der Größe  $n$  zur Verarbeitung  $\Theta(n^2)$  Speicher benötigt, hat eine Laufzeit von  $\Omega(n \log n)$ .

(c) Es existiert ein Sortieralgorithmus, der  $n$  beliebige Zahlen mit  $O(n^3)$  Vergleichen sortiert.

(d) Jeder Algorithmus, der für einen Input der Größe  $n$  insgesamt  $\Theta(n)$  Speicher benötigt, ist schneller als ein Algorithmus, der  $\Omega(n^3)$  Speicher benötigt.

(e) Es gibt einen Algorithmus, der für einen Input der Größe  $n$  eine Zeit von  $O(n \log n)$  und einen Speicher von  $\Omega(n^2)$  benötigt.

(3) (5 Punkte). Geben Sie Häufigkeiten für die Buchstaben A, B, C, D, E, F, G und H an, sodaß 10, 11, 011, 010, 001, 0001, 00001 und 00000 eine optimale Codierung für diese acht Buchstaben ist. Begründen Sie Ihre Antwort!

(4) (5 Punkte). Gegeben ist ein zweidimensionales Feld  $A[1 \dots n, 1 \dots n]$  das lauter ganzzahlige Einträge enthält. Entwerfen Sie einen möglichst schnellen Algorithmus der entscheidet, ob es eine Zahl gibt, die in jeder Zeile von  $A$  mindestens einmal auftritt. Beweisen und analysieren Sie Ihre Lösung. Volle Punkteanzahl nur für  $O(n^2 \log n)$  Algorithmen.

*Viel Erfolg!*