

## Prüfung zur Lehrveranstaltung

# Datenstrukturen und Algorithmen

### Stoffsemester WS 2002/2003

Es sind keinerlei Unterlagen oder Hilfsmittel erlaubt. Es dürfen nur einzelne, lose Blätter verwendet werden! Auf jedem Blatt muß der Name und die Matrikelnummer angegeben werden! Zeit: 90 Minuten.

(1) (5 Punkte).

- (a) Definieren Sie  $O$ -,  $\Omega$ - und  $\Theta$ -Notation und erklären Sie deren Bedeutung kurz in einigen Sätzen und Skizzen.
- (b) Sortieren Sie die folgenden Funktionsklassen nach Inklusion. Kennzeichnen Sie identische Klassen und beweisen Sie deren Identität:  $O(n^4)$ ,  $O(7^{\ln n})$ ,  $O(n^n)$ ,  $O(\ln n)$ ,  $O(n!)$ ,  $O(\log_5 n)$ ,  $O(1)$ ,  $O(n^{\ln 7})$ ,  $O(4^n)$ ,  $O(4n)$ ,  $O(4)$

(2) (5 Punkte). Definieren Sie kurz das Spiel 'Türme von Hanoi'. Geben Sie einen rekursiven Algorithmus an, der dieses Spiel in optimaler Zeit löst und beweisen Sie dessen Korrektheit.

Analysieren Sie dessen Zeit- und Speicherverhalten (nicht raten, sondern rekursive Zeit- und Speichergleichung aufstellen und lösen!). Geben Sie die exakte Anzahl benötigter Scheibenbewegungen bei optimaler Strategie und  $n$  Scheiben an.

(3) (5 Punkte). Es werden online  $n$  Zahlen geliefert, d.h. die Zahlen können nur genau einmal der Reihe nach eingelesen werden. Entwerfen Sie einen Algorithmus, der daraus die  $k$  kleinsten Elemente bestimmt. Dabei gilt, daß  $n$  viel zu groß ist, um alle  $n$  Zahlen zu speichern,  $k$  aber wesentlich kleiner als  $n$  ist. Ihr Algorithmus muß mit  $O(k)$  Speicher auskommen und soll maximal  $O(n \log k)$  Zeit benötigen. Erklären und analysieren Sie Ihren Algorithmus.

(4) (5 Punkte). Erklären Sie die Begriffe 'präfixfreie' und 'optimale' Codierung. Warum spielt die Eigenschaft 'präfixfrei' bei optimaler Codierung eine Rolle? Was ist ein Blockcode? Ist ein Blockcode immer präfixfrei? Ist eine präfixfreie Codierung immer eindeutig? Ist eine optimale Codierung immer eindeutig? Ist ein eindeutiger, präfixfreier Code immer eindeutig dekodierbar? Begründen Sie kurz jede Ihrer Antworten!

Beispiel: 7 Zeichen mit der absoluten Häufigkeit [6,4,3,2,1,1,1]. Konstruieren Sie grafisch den zugehörigen Codebaum einer optimalen Codierung. Was kann aus diesem Codebaum jetzt alles abgelesen bzw. sehr leicht berechnet werden?

*Viel Erfolg!*