

Zonenplatte

Wiedemair Wolfgang
Tscharnuter Daniel

Betreuer: Dr. Bodil Holst
Datum: ??????????????????????

Contents

1 Grundlagen	2
1.1 Huygens-Fresnel'sches Prinzip	2
1.2 Zonenplatte	2
2 Aufgabenstellung	4
3 Geräteliste	5
4 Versuchsaufbau	6
4.1 Justierung	6
4.2 Beugung einer ebenen Welle	6
4.3 Beugung einer konvergenten Welle	6
4.4 Photographische Erzeugung einer Zonenplatte mittels eines Michelson-Interferometers	9
4.5 Bestimmung der Brennweiten der Zonenplatte	9
4.6 Vermessen der Ringe der Zonenplatte	9
4.7 Bestimmung der Brennweite für verschiedene Wellenlängen	9
5 Meßergebnisse	10
5.1 Messung an parallelem Lichtbündel	10
5.1.1 Lochblende 3	10
5.1.2 Lochblende 4	11
5.1.3 Lochblende 5	13
5.2 Messung an konvergentem Strahlenbündel	14
5.2.1 Lochblende 3	14
6 Bestimmung der Brennweite der Zonenplatte	16
6.1 Brennweitenbestimmung durch Vermessen der Ringradien	16
6.2 direkte Messung der Brennweite	17
7 Fehlerbetrachtung	18
7.1 Bestimmung der Lochblendenradien	18
7.2 Brennweite der Zonenplatte	18
8 Zusammenfassung	19
8.1 Vermessung der Lochblenden	19
8.2 Bestimmung der Brennweite der Zonenplatte	19

1 Grundlagen

1.1 Huygens-Fresnel'sches Prinzip

Das Huygens-Fresnel'sche Modell besagt, dass jeder Punkt einer Wellenfront Ausgangspunkt sphärischer Sekundärwellen ist. Die Einhüllende dieser Sekundärwellen ergibt die Wellenfront. Nach der Fresnel'schen Zonenkonstruktion wird Licht in der Form einer Kugelwelle in eine ganzzahlige Anzahl von Kugelkalotten, die sogenannten Fresnelzonen, zerlegt. Trifft das Licht auf eine Lochblende, so wird von einem hinter der Blende liegenden Beobachtungspunkt eine bestimmte Anzahl der Fresnelzonen gesehen. Ist die Zahl der Zonen ungerade, so liegt hier ein Interferenzminimum vor, für eine ungerade Zahl ein Maximum. Dabei gilt folgende Formel.

$$\frac{1}{z_0} + \frac{1}{z_1} = \frac{n\lambda}{r_B l^2} \quad (1)$$

z_0	... Krümmungsradius der einfallenden Welle
z_1	... Abstand zwischen Lochblende und Interferenzextremum
n	... Zahl der sichtbaren Zonen
λ	... Wellenlänge
$r_B l$... Blendenradius

Fällt das Licht parallel ein ist $z_0 = \infty$ und die Gleichung vereinfacht sich zu

$$\frac{1}{z_1} = \frac{\lambda \cdot n}{r_B l^2} \quad (2)$$

Wenn man die reziproken Werte der Abstände der Extrema in Abhängigkeit der Anzahl der Zonen aufträgt, ergibt dies eine Gerade. Mit Hilfe der Steigung k dieser Ausgleichsgeraden kann man den Blendenradius bestimmen.

$$r_{Bl} = \sqrt{\frac{\lambda}{k}} \quad (3)$$

λ	... Wellenlänge des verwendeten Lichts
z_1	... Abstand zwischen Lochblende und Interferenzextremum
k	... Steigung

1.2 Zonenplatte

Eine Zonenplatte ist eine Platte, die mit einem System von durchsichtigen und undurchsichtigen Ringen versehen ist. Sie erzeugt Abbildungen durch Beugung. Die undurchsichtigen Ringe sind dazu da, jede zweite Fresnelzone auszublenden, somit wird nur konstruktive Interferenz beobachtet.

ABBILDUNG 2, des mit den Kugelwellen

Jeder Ring der Zonenplatte wirkt wie eine Sammel- bzw. Zerstreuungslinse, die der Abbildungsgleichung genügt.

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{g} = \frac{1}{f} \quad (4)$$

b ... Bildweite
 f ... Brennweite
 g ... Gegenstandsweite

Das Quadrat des n -ten Radius ist eine Funktion von n , $r_n^2 = f(n)$. Diese Funktion ist linear, ihre Steigung k erlaubt die Berechnung der Brennweite der Zonenplatte.

$$f = \frac{k}{2\lambda} \quad (5)$$

f ... Brennweite
 k ... Steigung
 λ ... Wellenlänge

2 Aufgabenstellung

- Bestimmung des Radius dreier Lochblenden durch Beugung einer ebenen Welle. Der Abstand $z_1(n)$ der Orte der zentralen Helligkeitsminima und -maxima von der Lochblende ist für jede der drei Lochblenden zu bestimmen.
- Direkte Bestimmung der Blendenradien mit dem Meßmikroskop
- Es ist der Krümmungsradius der einfallenden Welle eines konvergenten Lichtstrahlenbündels am Ort der Lochblende zu bestimmen. Das Ergebnis soll mit dem direkt gemessenen verglichen werden. Außerdem sollen die Lochradien bestimmt werden.
- Herstellen und auf Film aufnehmen einer Zonenplatte.
- Brennweiten der reellen Brennpunkte ($f, \frac{f}{2}, \frac{f}{3}, \dots$) der Zonenplatte mit dem Meßmikroskop vermessen.
- Brennweite der Zonenplatte über eine Abbildung für 3 verschiedene Wellenlängen ($439nm, 545nm, 641nm$) bestimmen.
- Ringradien der Zonenplatte mit dem Meßmikroskop bestimmen.

3 Geräteliste

- He-Ne-Laser
- Weisslichtlampe
- Linsen
- Lochblende
- Polfilter
- Messmikroskop
- Dia
- Michelsoninterferometer
- Planspiegel
- Aufweiteoptik
- Pinhole 25 μm
- Interferenzfilter 439nm
- Interferenzfilter 545nm

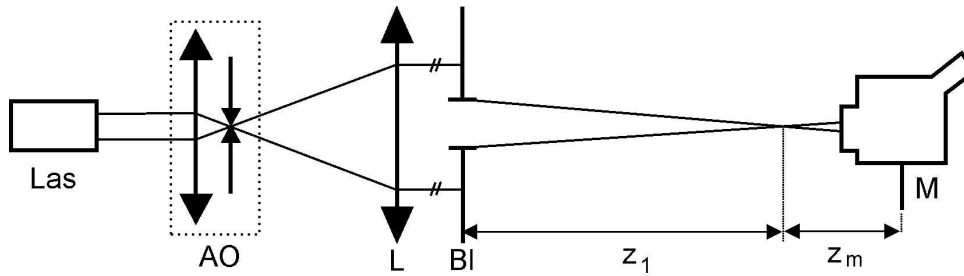


Figure 1: Versuchsaufbau zur Messung bei Beugung einer ebenen Welle.

- Las* ... He-Ne-Laser
AO ... Aufweiteoptik
L ... Sammellinse
Bl ... Lochblende
M ... Meßmikroskop
 z_1 ... Abstand Lochblende – Extremum
 z_m ... Brennweite Mikroskop

4 Versuchsaufbau

4.1 Justierung

Der Laserstrahl wird parallel zur optischen Achse ausgerichtet und eine Aufweiteoptik in den Strahl gegeben. Sie dient dazu, Beugungseffekte auszublenden und den Strahl aufzuweiten. Mit Hilfe einer Sammellinse, die auf das Pinhole der Aufweiteoptik fokussiert ist, werden parallele Strahlen erzeugt.

4.2 Beugung einer ebenen Welle

Die Radien dreier Blenden sind zu bestimmen.

Zur Bestimmung von z_m (Nullpunkt) wird das Meßmikroskop solange verschoben, bis die Lochblende scharf sichtbar ist. Dieser Vorgang findet ohne Laser statt. Anschließend werden die Abstände z_1 der Helligkeitsextrema bestimmt, woraus die Blendenradien berechnet werden können. Außerdem werden die Lochdurchmesser noch direkt mit dem Meßmikroskop vermessen. Die gemessenen und die berechneten Werte werden verglichen.

4.3 Beugung einer konvergenten Welle

Im Unterschied zur vorigen Messung wird nun die Linse verschoben, sodaß der Brennpunkt nicht mehr im Pinhole liegt. Die Linse erzeugt ein konvergentes Strahlenbündel.

Der Krümmungsradius z_0 der einfallenden Welle am Ort der Lochblende wird über die Helligkeitsextrema gemessen und auch direkt zu vermessen. Wiederum sind beide Werte zu vergleichen.

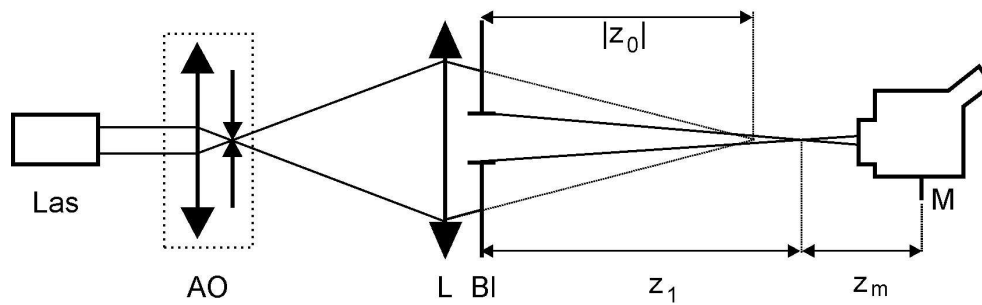


Figure 2: Versuchsaufbau zur Messung bei Beugung einer konvergenten Welle.

- Las* ... He-Ne-Laser
- AO* ... Aufweiteoptik
- L* ... Sammellinse
- Bl* ... Lochblende
- M* ... Meßmikroskop
- z_1 ... Abstand Lochblende – Extremum
- z_m ... Brennweite Mikroskop
- z_0 ... Krümmungsradius an der Lochblende

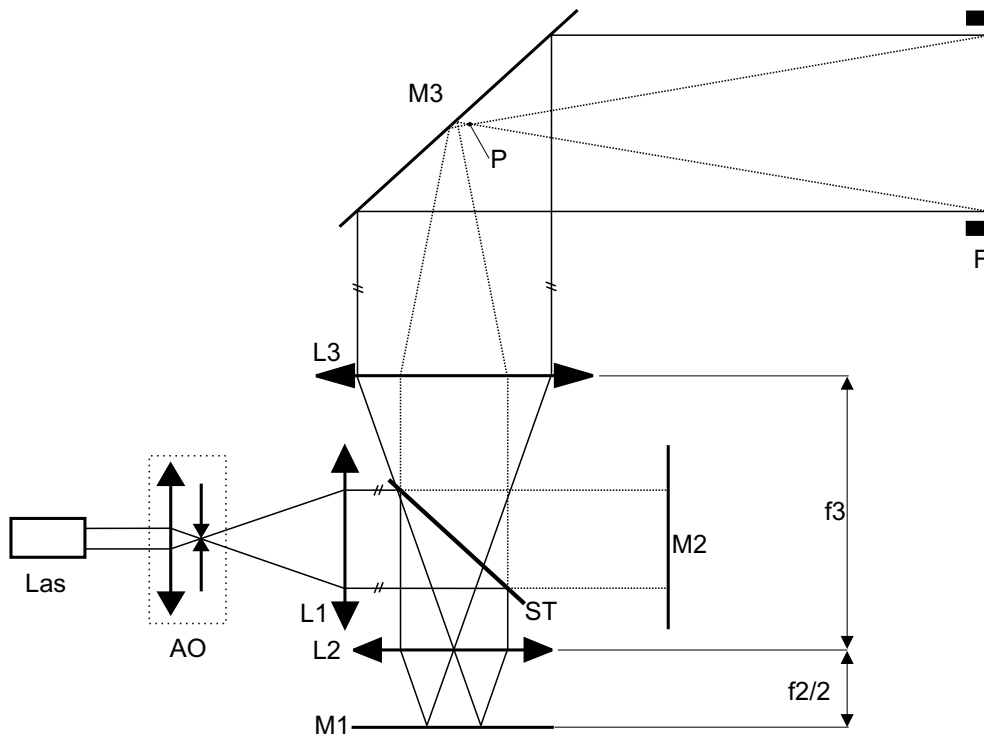


Figure 3: Versuchsaufbau zur Erzeugung einer Zonenplatte.

<i>Las</i>	... He-Ne-Laser
<i>AO</i>	... Aufweiteoptik
<i>L1</i>	... Sammellinse
<i>L2</i>	... Sammellinse
<i>L3</i>	... Sammellinse
<i>ST</i>	... Strahlteiler
<i>M1, M2, M3</i>	... Planspiegel
<i>f3, f2</i>	... Brennweiten
<i>F</i>	... Filmebene

4.4 Photographische Erzeugung einer Zonenplatte mittels eines Michelson-Interferometers

Die Zonenplatte wird durch Überlagerung einer ebenen Welle und einer Kugelwelle erzeugt. Die Sammellinse wird wieder so positioniert, daß parallele Strahlen entstehen. In den Strahlengang wird ein Michelson-Interferometer eingebracht.

Die Spiegel S1 und S2 müssen so verschoben werden, daß nur mehr wenig Interferenzstreifen auf dem Schirm sichtbar sind. Die Linse L2 ist nun so einzusetzen, daß der Brennpunkt der Linse am Spiegel liegt. Dadurch bildet die Linse ihren Brennpunkt ab und erzeugt somit paralleles Licht. Dieses Licht ist die ebene Welle, die zur Erzeugung der Zonenplatte gebraucht wird. Die Linse L3 wird so positioniert, daß ihr Brennpunkt in der Linsenebene von L2 liegt. In dem zweiten Brennpunkt der Linse L3 wird ein Spiegel plaziert, der sowohl die ebene Welle von L2 als auch die Kugelwelle von L3 zur Kamera lenkt.

Durch diese Anordnung kommt es zu der benötigten Überlagerung einer ebenen Welle mit einer Kugelwelle. Die Abbildung dieser Überlagerung auf dem Film ergibt die Zonenplatte. Die Zonenplatte wird mit verschiedenen Belichtungszeiten und Intensitäten aufgenommen und das beste Foto für weitere Messungen verwendet.

4.5 Bestimmung der Brennweiten der Zonenplatte

Nach dem Aufbau des Versuches werden die Brennweiten f , $\frac{f}{2}$, $\frac{f}{3}$, ... der Zonenplatte vermessen. Dazu wird ein Parallelstrahlenbündel auf die Zonenplatte gestrahlt und das Meßmikroskop entlang der optischen Achse verschoben, um die Brennpunkte zu vermessen.

4.6 Vermessen der Ringe der Zonenplatte

Mit dem Meßmikroskop wurden die Ringe der Zonenplatte direkt vermessen, was sich recht mühsam gestaltete, da das Meßmikroskop nicht gut fixiert werden konnte. Die Ringradien wurden verwendet, um die Brennweite zu berechnen.

4.7 Bestimmung der Brennweite für verschiedene Wellenlängen

Der Laser wurde durch eine Halogenlampe ersetzt und durch Interferenzfilter bestimmte Wellenlängen ausgewählt. Es wird die Abbildung eines Gegenstands, in diesem Fall ein aus Karton ausgeschnittes A, erzeugt. Anhand von Gleichung (4) kann man die Brennweite bestimmen.

Daß sich auch mit einer stärkeren als der vorgesehenen Lampe mit unserer Zonenplatte keine Abbildung erzeugen ließ, lag scheinbar daran, daß die Abstände, die die große Brennweite unserer Zonenplatte erforderte, innerhalb der räumlichen Möglichkeiten nicht erreicht werden konnten. Der Versuch wurde mit einer anderen Zonenplatte durchgeführt, um den Effekt zu beobachten, Meßdaten dazu sind natürlich für unsere Messungen bedeutungslos. Aus diesem Grund liegen für unsere Zonenplatte hier keine Meßwerte vor.

5 Meßergebnisse

5.1 Messung an parallelem Lichtbündel

5.1.1 Lochblende 3

n	z_1 / cm	Δz_1
2	60,2	1,20
3	48,4	0,97
4	40,1	0,80
5	35,3	0,71
6	32,3	0,65
7	30,0	0,60
8	28,4	0,57
9	27,2	0,54
10	26,2	0,52
11	25,3	0,51
12	24,8	0,50

n ... Ordnung
 z_1 ... Abstand zum Extremum
 Δz_1 ... Fehler von z_1

Diese Meßwerte wurden mit Origin gefittet, um den Blendenradius berechnen zu können.

Die Steigung der Gerade wurde wie von Origin angegeben übernommen.

$$k = 0,00411$$

$$\Delta k = 0,00027$$

Daraus ergibt sich der Blendenradius nach Gl.(3)

$$r_3 = (1,24 \pm 0,04) \text{ mm}$$

Die Messung des Blendenradius mit dem Meßmikroskop ergab

$$r_3 = (0,75 \pm 0,01) \text{ mm}$$

Die starke Abweichung der beiden Ergebnisse liegt daran, daß der Brennpunkt der Kollimatorlinse scheinbar nicht genau am Pinhole lag. Deshalb ist die Bedingung $\frac{1}{z_0} \approx 0$ nicht erfüllt und die Ausgleichsgerade durch den Ursprung dementsprechend schlecht.

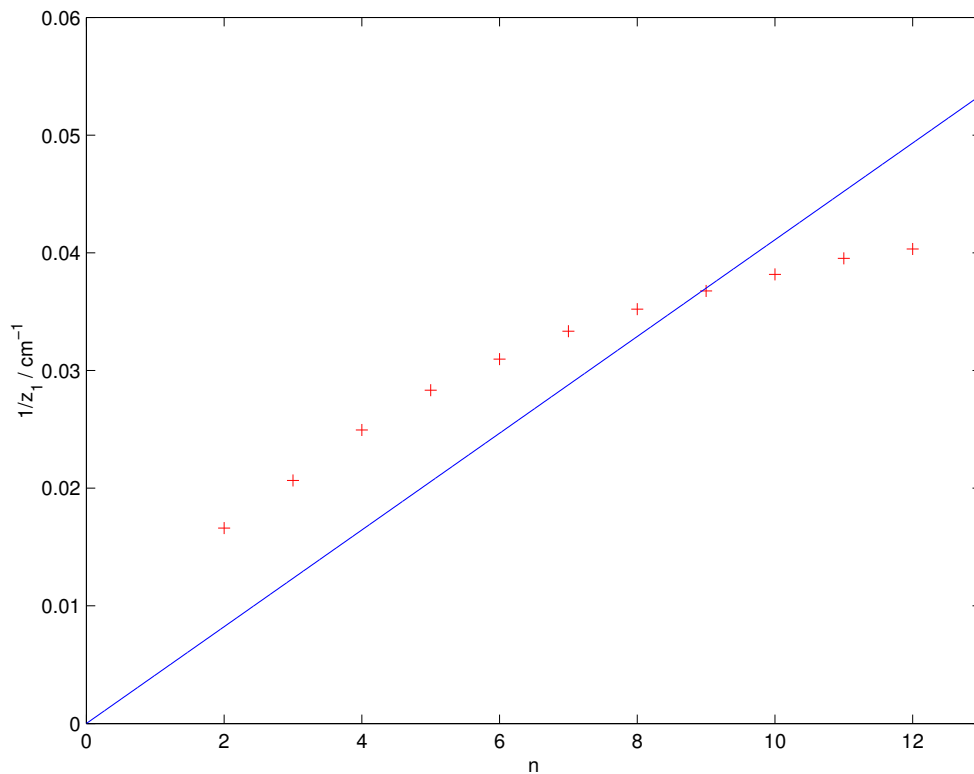


Figure 4: Ergebnis der Messung an Lochblende 3.

5.1.2 Lochblende 4

n	z_1 / cm	Δz_1
2	98,9	1,98
3	69,5	1,39
4	58,4	1,17
5	49,8	1,00
6	44,5	0,89
7	40,5	0,81
8	37,3	0,75
9	35,0	0,70
10	33,2	0,66

n ... Ordnung

z_1 ... Abstand zum Extremum

Δz_1 ... Fehler von z_1

Diese Meßwerte wurden mit Origin gefittet, um den Blendenradius berechnen zu können.

Die Steigung der Gerade wurde wie von Origin angegeben übernommen.

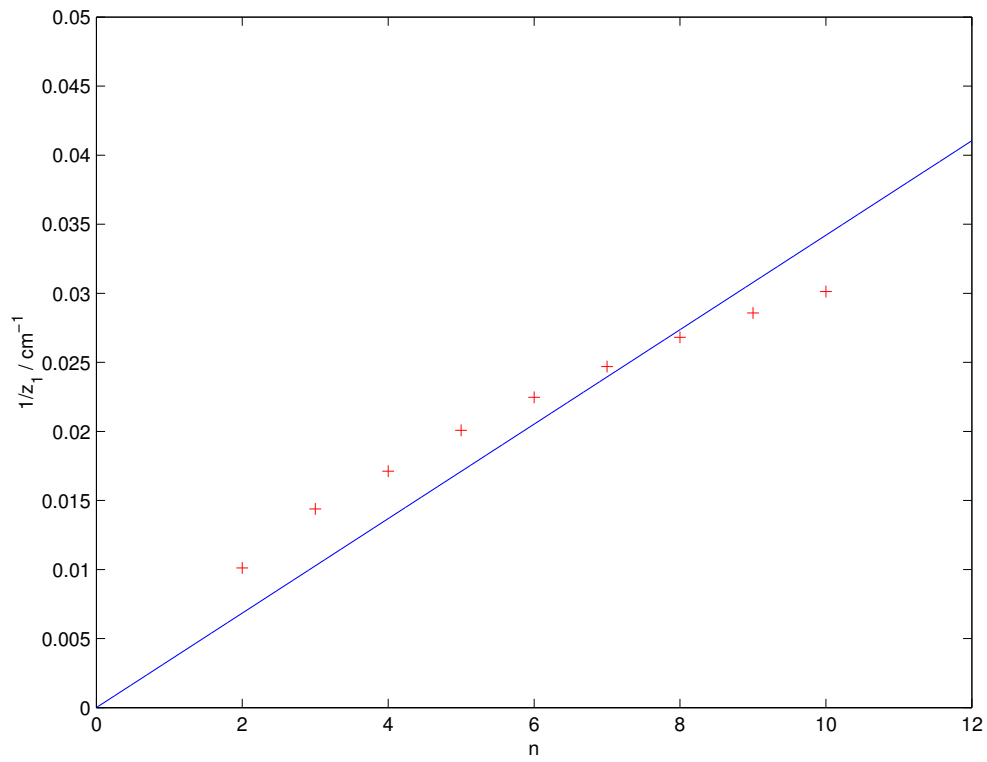


Figure 5: Ergebnis der Messung an Lochblende 4.

$$k = 0,00342$$
$$\Delta k = 0,00015$$

Daraus ergibt sich der Blendenradius nach Gl.(3)

$$r_4 = (1,36 \pm 0,03) \text{ mm}$$

Die Messung des Blendenradius mit dem Meßmikroskop ergab

$$r_4 = (1,00 \pm 0,01) \text{ mm}$$

5.1.3 Lochblende 5

n	z_1 / cm	Δz_1
3	144,7	2,89
4	112,5	2,25
5	90,9	1,82
6	77,9	1,56
7	69,5	1,39
8	62,8	1,26
9	57,7	1,15
10	53,6	1,07
11	50,3	1,01
12	47,3	0,95
13	45,4	0,91
14	42,8	0,86
15	41,0	0,82

n ... Ordnung
 z_1 ... Abstand zum Extremum
 Δz_1 ... Fehler von z_1

Diese Meßwerte wurden mit Origin gefittet, um den Blendenradius berechnen zu können.

Die Steigung der Gerade wurde wie von Origin angegeben übernommen.

$$k = 0,00178$$

$$\Delta k = 0,00005$$

Daraus ergibt sich der Blendenradius nach Gl.(3)

$$r_5 = (1,90 \pm 0,03) \text{ mm}$$

Die Messung des Blendenradius mit dem Meßmikroskop ergab

$$r_5 = (1,53 \pm 0,01) \text{ mm}$$

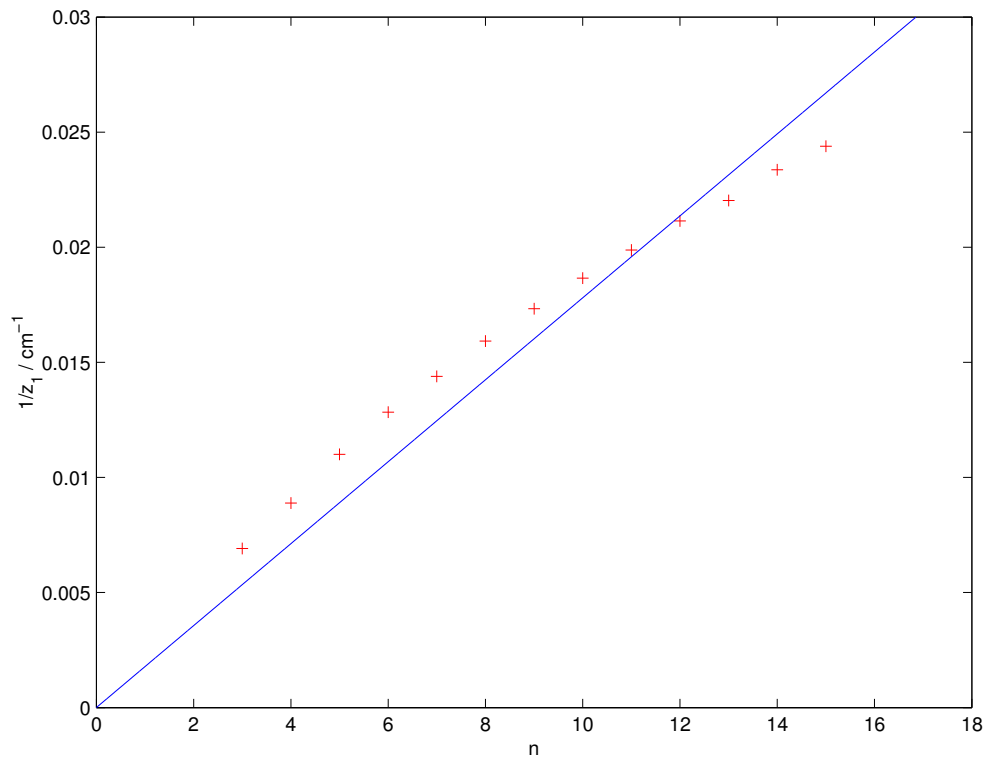


Figure 6: Ergebnis der Messung an Lochblende 5.

5.2 Messung an konvergentem Strahlenbündel

5.2.1 Lochblende 3

n	z_1 / cm	Δz_1
2,0	58,6	1,17
3,0	45,0	0,90
4,0	37,8	0,76
5,0	34,4	0,69
6,0	31,1	0,62
7,0	29,5	0,59
8,0	27,9	0,56

- n ... Ordnung
 z_1 ... Abstand zum Extremum
 Δz_1 ... Fehler von z_1

Diese Meßwerte wurden mit Origin gefittet, um den Blendenradius und den Krümmungsradius z_0 berechnen zu können.

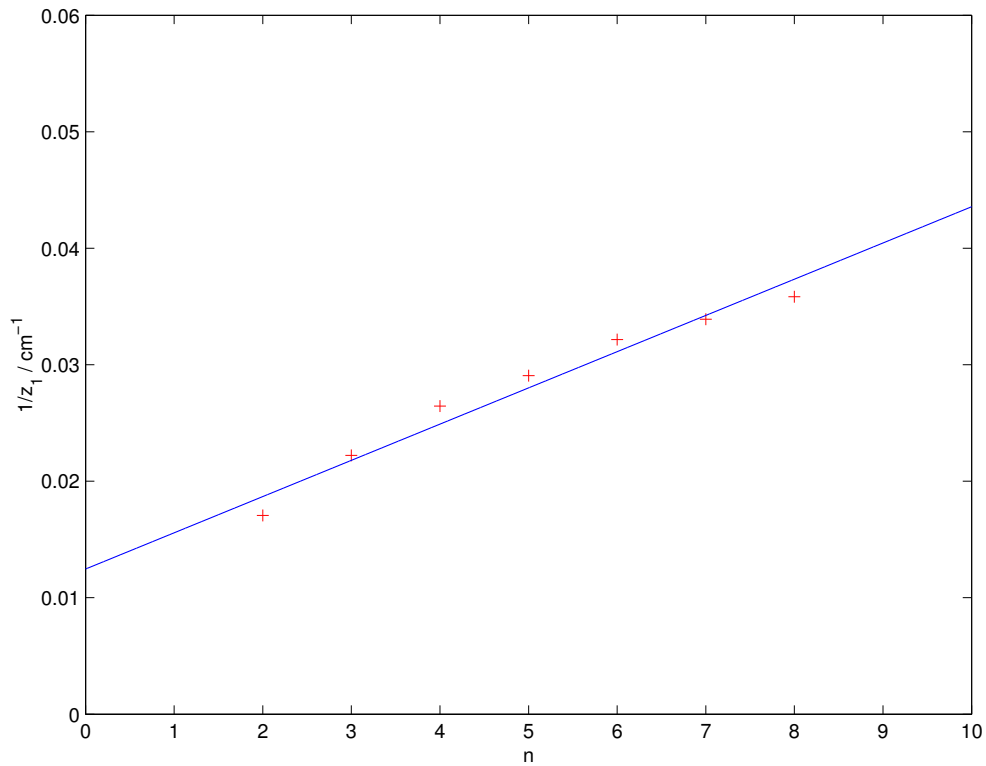


Figure 7: Ergebnis der Messung an Lochblende 3 mit konvergentem Licht.

Die Steigung der Gerade sowie der Achsenabschnitt wurden wie von Origin angegeben übernommen.

$$k = 0,00311$$

$$\Delta k = 0,00023$$

$$D = 0,01246$$

$$\Delta D = 0,00126$$

Der Krümmungsradius z_0 ist

$$z_0 = \frac{1}{D} = (80,26 \pm 0,81) \text{ cm}$$

Für den Blendenradius erhält man

$$r_3 = (1,42 \pm 0,05) \text{ mm}$$

6 Bestimmung der Brennweite der Zonenplatte

6.1 Brennweitenbestimmung durch Vermessen der Ringradien

Die Ringradien wurden mit dem Meßmikroskop vermessen. Da das Meßmikroskop schlecht zu fixieren war und dadurch öfter der Nullpunkt verrutschte, während man grössere Distanzen maß, entschieden wir uns, anstelle der Radien die Dicke der Ringe zu messen und daraus die Radien der Ringe zu berechnen.

Für den i -ten Radius ($i > 3$) ergibt sich

$$r_i = r_1 + \sum_{j=2}^{i-1} \frac{d_j}{2}$$

n	d / cm	r / cm
1	0,0325	0,0325
2	0,0240	0,0445
3	0,0210	0,0670
4	0,0160	0,0855
5	0,0130	0,1065
6	0,0130	0,1130
7	0,0080	0,1235
8	0,0090	0,1320

n ... Ordnung
d ... Dicke des Rings
r ... Radius des Rings

Die Quadrate der Ringradien wurden über n aufgetragen und eine Ausgleichsgerade gelegt. Aus der Steigung der Gerade lässt sich die Brennweite der Zonenplatte berechnen. Die Steigung der Ausgleichsgerade ist

$$k = 0,01861$$

$$\Delta k = 0,0008$$

Die Brennweite der Zonenplatte folgt aus Gl.(5) zu

$$f = (147 \pm 6) \text{ cm}$$

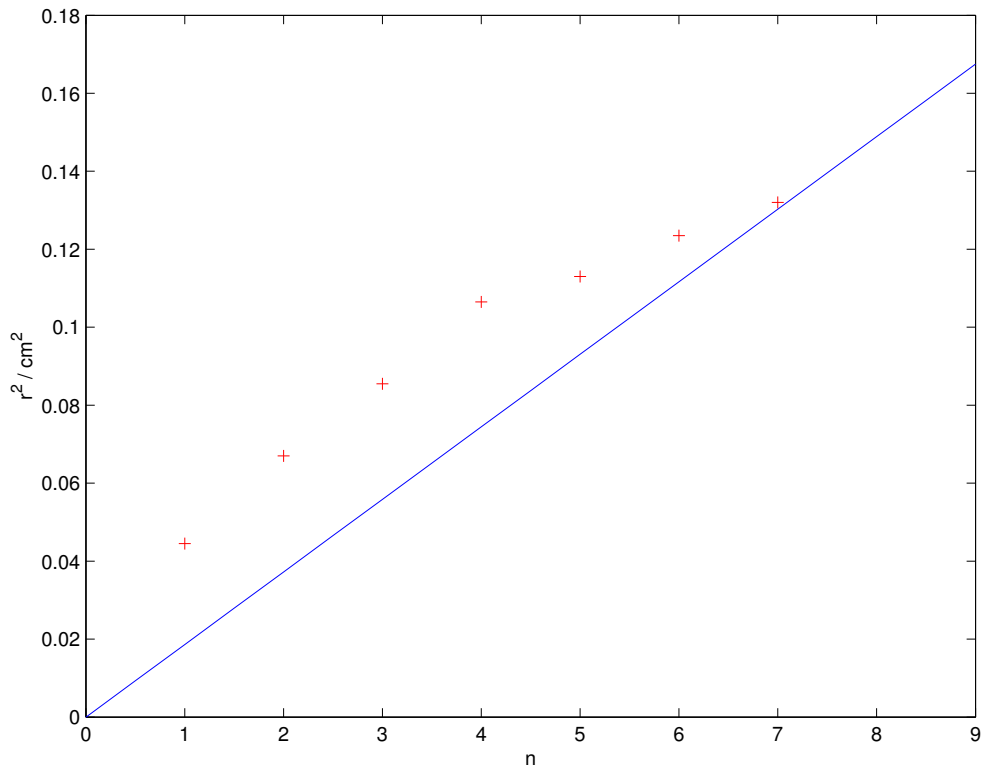


Figure 8: Ringradienquadrate über n mit Ausgleichsgerade.

6.2 direkte Messung der Brennweite

Es konnten durch Verschieben des Mikroskops auf der optischen Achse die zwei Brennpunkte

$$f_i = (57 \pm 4) \text{ cm}$$

$$f_j = (37 \pm 1) \text{ cm}$$

Aufgrund der aus den Ringradien berechneten Brennweite können diesen Meßwerten die Brennweiten $\frac{f}{3}$ und $\frac{f}{4}$ zugeordnet werden. $\frac{f}{3}$ ist allerdings aufgrund des Abstandes zur Zonenplatte nur mehr schlecht genau zu bestimmen. Die Brennweiten f und $\frac{f}{2}$ lagen außerhalb der optischen Achse oder konnten aufgrund zu geringer Schärfe und Intensität nicht mehr beobachtet werden.

7 Fehlerbetrachtung

7.1 Bestimmung der Lochblendenradien

Für die Abstände der Extrema z_1 wurde ein relativer Fehler von 2% übernommen aus Origin.

Fehler für r nach der Tangentenmethode

$$\Delta r = \left| \frac{\partial r}{\partial k} \right| \Delta k = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\lambda}{k^3}} \Delta k$$

Fehler für z_0 bei der Messung mit konvergentem Licht

$$\Delta z_0 = \frac{z_0}{D} \Delta D$$

7.2 Brennweite der Zonenplatte

Die Fehler der Fitparameter wurden wieder aus Origin übernommen. Der Fehler der Brennweite ist nach der Tangentenmethode

$$\Delta f = \frac{1}{2\lambda} \Delta k$$

Die Fehler der direkten Messung sind Ablesefehler, die durch bewusste Fehlmessung abgeschätzt wurden.

8 Zusammenfassung

8.1 Vermessung der Lochblenden

Die Blenden 3,4 und 5 wurden mit parallelem Licht und die Blende 3 ein weiteres mal mit konvergentem Licht vermessen.

	direkte Messung	aus den Geraden
Blende 3	$(0,75 \pm 0,01) \text{ mm}$	$(1,24 \pm 0,04) \text{ mm}$
Blende 4	$(1,00 \pm 0,01) \text{ mm}$	$(1,36 \pm 0,03) \text{ mm}$
Blende 5	$(1,53 \pm 0,01) \text{ mm}$	$(1,90 \pm 0,03) \text{ mm}$
Blende 3	$(0,75 \pm 0,01) \text{ mm}$	$(1,42 \pm 0,05) \text{ mm}$

Für die Messung mit dem konvergentem Licht ergab sich für den Krümmungsradius z_0 an der Blende

$$z_0 = (80,26 \pm 0,81) \text{ cm}$$

8.2 Bestimmung der Brennweite der Zonenplatte

Aus der Messung der Ringradien konnte die Brennweite der Zonenplatte bestimmt werden.

$$f = (147 \pm 6) \text{ cm}$$

Die direkte Messung der Brennweiten war nur für $\frac{f}{3}$ und $\frac{f}{4}$ möglich und ergab

$$\frac{f}{3} = (57 \pm 4) \text{ cm}$$

$$\frac{f}{4} = (37 \pm 1) \text{ cm}$$

Die Bestimmung der Brennweite für verschiedene Wellenlängen durch Abbildung eines Gegenstandes gelang nicht, da die Brennweite zu groß war, um eine erkennbare Abbildung zu erzeugen.